Análisis de sistemas dinámicos adaptables a empresas comerciales y de servicios

Analysis of dynamic systems adaptable to commercial and service companies

José Solorzano Movilla[1]

Recibido: Enero 28 de 2016/Aceptado: Mayo 19 de 2016

RESUMEN

Un sistema, puede ser definido como un conjunto de ecuaciones matemáticas que describen fenómenos de diversos entornos. Cuando estas formulaciones abstractas consideran el cambio de las variables descriptoras respecto al tiempo, se dice que el sistema es dinámico. En este trabajo se van analizar diversas ecuaciones diferenciales que pueden ser adaptadas a empresas comerciales para describir su crecimiento y en ese sentido estimar su viabilidad y competitividad.

Palabras clave: Sistemas dinámicos, Competitividad, Empresas comerciales.

ABSTRACT

A system can be defined as a set of mathematical equations that describe phenomena of different environments. When these abstract formulations consider the change of the describing variables with respect to time, the system is said to be dynamic. In this paper we will analyze several differential equations that can be adapted to commercial companies to describe their growth and that sense to estimate their viability and competitiveness.

Keyword: Dynamic systems, Competitiveness, Commercial companies.

Cómo referenciar este artículo: Solorzano, J. (2016). Análisis de sistemas dinámicos adaptables a empresas comerciales y de servicios. *Ad-Gnosis, 5*(5), 107-112.

1. Departamento de Matemáticas, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Campus de Rio Claro, Brasil. jsolorza79@gmail.com

Introducción

Los sistemas dinámicos se pueden clasificar de acuerdo a como varia el tiempo, en aquellos donde el tiempo varia de manera discreta, se denominan sistemas dinámicos discretos, en cambio aquellos donde el tiempo es una variable continua se considera como un sistema dinámico continuo.

Otra forma de clasificar los sistemas dinámicos es cuando se considera el tipo de ecuación diferencial que describe el modelo, con base en esta última, los sistemas pueden ser, de ecuaciones diferenciales parciales o de ecuaciones diferenciales ordinarias.

También, es posible clasificar los sistemas dinámicos de acuerdo con su autonomía respecto al tiempo, en otras palabras, un sistema dinámico es dicho autónomo si en su formulación la variación solo depende del tiempo, en este caso se dice que ningún estímulo externo lo afecta, en caso contrario, se dice que el sistema es no autónomo.

En el modelamiento de las situaciones que generalmente se relacionan con el sector comercial se usan sistemas dinámicos continuos, autónomos y provenientes de ecuaciones diferenciales ordinarias.

Algunas situaciones modeladas con sistemas dinámicos continuos

Luego de una exhaustiva revisión bibliográfica fue posible encontrar algunos trabajos que dan cuenta de la aplicación de la teoría de los sistemas dinámicos en las empresas y la industria.

Cálculo de interés

A continuación se presenta una situación planteada por Seadi (1994) "Supongamos que, extrañamente, se llega a un momento de crisis económica y un banco ofrece préstamos de dinero. A una tasa de interés del 2% mensual, ¿Cuánto dinero puede prestar un cliente con una capacidad real de pago de dos mil pesos mensuales máximo?".

Y cuya solución es planteada por el mismo autor de la manera siguiente: Denotemos por A_0 la cantidad de dinero que el cliente desea prestar al banco, y por A_n la deuda del cliente después de n meses. Entonces:

$$A_1 = A_0 + 0.02\,A_0 - 2000$$
$$\quad = (1.02)\,A_0 - 2000,$$
$$A_2 = 1.02\,(\;)\,A_1 - 2000$$
$$\quad = (1.02)2\,A_0 - 2000(1.02) - 2000,$$
$$A_n = (1.02)n\,A_0 - 2000\;1.02n - 1\;(\;+\ldots+1.02\;+1).$$

Observemos que si A_0, el préstamo inicial es de \$100 mil pesos entonces:

$$A_1 = (1.02)\cdot 100{,}000 - 2000 = A_0,$$
$$A_2 = (1.02)\cdot 100{,}000 - 2000 = A_0,$$

Es decir, A_0 = \$100,000.00 es un punto fijo, o punto de equilibrio, del sistema dinámico en cuestión. Se puede concluir:

a) Si el banco presta menos de \$100.000.00, algún día el cliente pagará el dinero.

b) Si el banco presta más de \$100.000.00, el tiempo para pagar ese monto se hace excesivamente largo.

c) Si el banco presta exactamente \$100.000.00, simplemente el cliente pagará 2.000 pesos mensuales de interés por el resto de su vida.

El conocer las leyes que rigen al sistema, permite predecir el futuro, lo cual es una de las ventajas de los sistemas dinámicos.

Una sucesión de valores $\{A_n\}$, $n \in Z$, tales que el valor A_n está determinado por los valores anteriores A_{n-1}, A_{n-2}, se llama ecuaciones en diferencias, y son ejemplos de sistemas dinámicos discretos.

Un ejemplo de estos es el crecimiento de poblaciones animales las cuales se multiplican, en condiciones ideales, proporcionalmente a la cantidad de miembros de la especie, según la ecuación $P'(t) = aP(t)$ (Palis & De Melo, 1982).

$P(t)$ denota la población en el tiempo t, y $P'(t)$ es la velocidad con la que varía la población.

Esta ecuación diferencial es de primer orden, del tipo; si $P(0)$ es la población inicial en $t = 0$, entonces existe una única función de t que satisface la ecuación diferencial y toma el valor $P(0)$ en $t = 0$. La solución buscada es:

$$P(t) = aP(t)/[bP(0)+ (a - bP(0))e^{at}]$$

Cuando $L = a/b$, observamos que $P(t)$ tiende a L cuando t tiende a ∞, independientemente de la población inicial, pues e^{-at} tiende a 0 cuando t tiende a infinito. Además, $P(t)$ es una función monótona creciente para $t > 0$. Más aún, dado que:

De acuerdo con Palis y De Melo: “De esta forma la ley logística permite hacer predicciones sobre el crecimiento de las especies, predicciones que se han comprobado en diversos estudios y experimentos” (1982).

Bonos y tasa de interés

Un bono es una promesa de pago en el futuro (Braun, 1991). Distintas entidades emiten bonos para financiar sus actividades; en particular, los gobiernos emiten diversos bonos. Una propiedad que caracteriza a los bonos es que en todo momento se conoce su valor final. Digamos que tenemos un periodo de tiempo [0, T] y al final de este el bono vale B_T ; sin embargo, no se conoce el valor del bono en instantes intermedios. En este tipo de situaciones el valor futuro del bono se estima a partir de la siguiente ecuación:

$$B(t) = K\left(e^{\int_T^t r(s)ds}\right)$$

Si sustituimos $t = T$, obtenemos que $K = B_T$ y por lo tanto podemos escribir

$$B(t) = B_T\left(e^{\int_T^t r(s)ds}\right) = B_T\left(e^{-\int_T^t r(s)ds}\right)$$

Una aplicación en una empresa comercial

Uno de los aspectos más relevantes para la toma de decisiones en las empresas está relacionado con el mercado donde van a ofertar los productos, en ese sentido los sistemas dinámicos brindan una herramienta útil para medir el crecimiento del mismo o en caso contrario su decrecimiento, lo cual es un indicador valioso en el aspecto financiero, toda vez que viabiliza inversiones y gastos conexos a la producción, comercialización y venta de bienes y servicios (D'Andreis, 2013).

Un ejemplo de esto, es lo presentado en la empresa concesión alumbrado público de la ciudad de Barranquilla, Colombia, donde se buscaba determinar el crecimiento de los suscriptores del servicio de energía eléctrica, el cual es gravado con un x%. A partir del crecimiento de los usuarios del mencionado servicio se puede estimar los ingresos mensuales y anuales que tendrá la empresa.

La forma en que se venía realizando el estudio por parte de los financieros de la empresa estaba fundamentada en un crecimiento lineal, acorde con la estructura de una función a fin, y = mx + b, el cual consideraba una proporcionalidad directa, lo cual contradice los modelos de crecimientos poblacionales. Por tal motivo, se presentaban desfases entre los ingresos previstos año por año.

En consonancia y con base en los datos suministrados por la empresa, se diseñó un modelo de crecimiento de los usuarios de la forma $y = e^{rt}$ donde *r* es la razón de crecimiento anual, *t* tiempo y *e* es el número de Euler cuyo valor es en aproximación 2,71828….

Para el diseño del modelo se tomaron los datos del año 2010 cuya facturación fue de 44.4 mil millones de pesos, y los del 2012 donde la facturación de fue de 49.4 mil millones de pesos.

De forma tal que:

Fact_iap (0) = 44.4 mil millones año 2010
Fact_iap (2) = 49.4 mil millones año 2012

La intención es calcular FACT_IAP(t)

$$\frac{dFACT\_IAP}{dt} = K.FACT\_IAP$$

$$\frac{dFACT\_IAP}{FACT\_IAP} = K.dt$$

$$\int \frac{dFACT\_IAP}{FACT\_IAP} = \int K.dt$$

$$(\ln(FACT\_IAP) = K.t + C) * e$$

$$e^{\ln(FACT\_IAP)} = e^{K.t + C}$$

$$FACT\_IAP = B.e^{K.t}$$

Con los datos de los años 2010 y 2012, se obtienen los valores para las constantes B = 44,4 y K = 0,000000001654, con lo cual el modelo de crecimiento de la facturación de para la empresa es:

$$FACT\_IAP(t)=44{,}4e^{0{,}000000001654t}$$

En consecuencia, a continuación se presentan las estimaciones hasta el año 2018.

Tabla 1. *Estimación de ingresos para los años, 2013 a 2016*

Año	Estimación de ingresos, en miles de millones
2013	51,9
2014	54,7
2015	57,6
2016	60,7
2017	63,9

Fuente: Elaboración propia

Estos valores fueron comparados con los ingresos obtenidos en los años 2013, 2014 y 2015, y se encontró que el error estaba en el orden del 0,2 %.

Conclusión

En el anterior trabajo fue posible mostrar como un sistema dinámico fundamentado en una ecuación diferencial poblacional, ayudo a determinar el crecimiento de los ingresos que una empresa de servicios puede tener.

Como principal conclusión se puede destacar el hecho que el aumento de ingresos responde a un modelo exponencial, lo cual da una opción de aproximación mayor que otros métodos de estimación como las regresiones por mínimos cuadrados o funciones lineales que dan cuenta de un crecimiento en tiempos iguales.

Finalmente el uso de este tipo de sistemas ayuda de manera significativa en la proyecciones de ingresos con una mayor precisión, lo cual ayuda en la obtención de mejores resultados tanto en la planeación como en el establecimiento de metas en el corto, mediano y largo plazo.

Referencias

Braun, M. (1991). *Ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones*. Versión en español. Editorial Interamericana.

D´Andreis Zapata, A. (2013). Responsabilidad Social Empresarial RSE: un estudio desde sus teorías, precursores y críticos. *Ad-Gnosis, 2*(2), 49-64.

Palis J. & De Melo, W. (1982). *Geometric theory of dynamical systems*. Springer.

Seade Kuri, J. (1994). Una introducción a los sistemas dinámicos. *Ciencias,* (34), 23-29. [En línea].

Apéndice

Facturación, Recaudo y Traslado del impuesto de alumbrado público, año 2011

Períodos	Electricaribe S.A. E.S.P.			Vatia S.A. (Energía confiable)	Usuarios no regulados	Otros generadores (Impl. desde abril 2010)	Recaudo cartera Alumbrado público	Valor trasladado a la fiduciaría
Año 2011	**Facturación**	**Recaudo**	**Traslado**					
Enero	3.354.125.291	3.142.256.722	2.428.339.873	154.314.500	45.247.000	5.190.000	128.948	2.633.220.321
Febrero	3.408.945.449	3.216.052.642	2.276.509.358	481.513.000	90.013.000	21.626.000	2.612.898	2.872.274.256
Marzo	3.423.738.147	3.341.091.465	2.432.983.083	145.908.341	53.530.000	19.087.000	1.702.452	2.653.210.876
Abril	3.511.466.792	3.246.110.008	2.484.040.382	247.533.374	41.008.000	10.577.000	1.601.916	2.784.760.672
Mayo	3.545.469.311	3.509.660.101	2.396.600.980	279.559.151	39.567.000	15.567.000	2.983.654	2.734.277.785
Junio	3.600.530.350	3.376.750.158	2.608.371.829	291.529.978	62.656.000	20.811.000	709.248	2.984.078.055
Julio	3.606.044.849	3.508.708.794	2.501.724.823	191.002.836	78.776.001	181.939.000	2.006.045	2.955.448.705
Agosto	3.644.600.064	3.568.205.317	2.609.742.628	294.502.969	60.259.000	22.276.000	7.228.780	2.994.009.377
Septiembre	3.638.854.006	3.507.087.719	2.680.889.462	379.827.846	58.857.800	20.258.000	1.132.845	3.140.965.953
Octubre	3.693.945.391	3.376.830.622	2.643.601.506	270.748.756	52.894.000	20.258.000	6.680.206	2.994.382.468
Noviembre	3.590.376.359	3.458.144.478	2.462.168.406	674.629.083	65.280.000	14.468.000	581.184	3.217.126.673
Diciembre	3.631.063.404	3.546.730.282	2.553.123.420	289.613.911	79.323.200	36.663.000	376.092	2.959.099.623
Total	42.651.159.413	40.797.828.508	30.078.295.750	3.700.683.745	727.411.001	388.720.000	27.744.268	34.922.854.764

Facturación, Recaudo y Traslado del impuesto de alumbrado público, año 2013

Períodos	Electricaribe S.A. E.S.P.			Vatia S.A. (Energía confiable)	Usuarios no regulados	Otros generadores (Impl. desde abril 2010)	Recaudo cartera Alumbrado público	Valor trasladado a la fiduciaría
Año 2013	**Facturación**	**Recaudo**	**Traslado**					
Enero	3.682.060.558	3.630.428.015	2.653.556.541	338.286.000	61.113.000	20.549.000	62.351	3.073.566.892
Febrero	3.688.681.246	3.408.897.738	2.704.034.650	-	57.185.000	22.889.000	779.166	2.784.887.816
Marzo								
Abril								
Mayo								
Junio								
Julio								
Agosto								
Septiembre								
Octubre								
Noviembre								
Diciembre								
Total	7.370.741.804	7.039.325.753	5.357.591.191	338.286.000	118.298.000	43.438.000	841.517	5.858.454.708